



POSGRADO
en línea de
MATEMÁTICA
EDUCATIVA

AVANCES EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

EL PROFESOR INVESTIGADOR

Nº 6

ALEJANDRO MIGUEL ROSAS MENDOZA



Lectorum

LA INFERENCIA INFORMAL EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA. UNA PROPUESTA POR MEDIO DEL ESTUDIO DE CLASES

Nicolás Sánchez Acevedo¹, Blanca Ruiz Hernández²
nicolas1983@cicata.edu.mx, bruiz@itesm.mx
¹CICATA-IPN, ²Tecnológico de Monterrey

Resumen

El objetivo de este trabajo es proponer una alternativa de actualización para profesores que permitiría, por una parte, enfatizar en la enseñanza de la estadística, y, otra, en los contenidos curriculares del programa de estudio de educación primaria. Esta propuesta se plantea en un contexto de capacitación de docente de educación primaria. Se incluyen antecedentes relativos a la investigación realizada sobre la enseñanza de la estadística y cómo ésta repercute en el desarrollo profesional del profesor. El marco propuesto para la enseñanza de la estadística es el de inferencia informal (Makar y Rubin, 2009), que surgió a partir del trabajo con profesores de educación primaria y que describe una de las visiones sobre el razonamiento inferencial para la integración de conceptos que normalmente se enseñan aislados. En el contexto de capacitación docente se describe una metodología de desarrollo que permitiría mejorar la capacitación profesional por medio del trabajo colaborativo y reflexivo por medio de su propia práctica, llamado estudio de clases (Lewis, 2000). Se concluye con algunas proyecciones que permitirían seguir la investigación en el área fomentando espacios de capacitación docente unificado a la inclusión de contenidos que en muchos casos no son considerados.

Palabras Clave: inferencia informal, razonamiento de inferencia informal, estudio de clases, enseñanza de la estadística.

Introducción

En los últimos años, la educación formal se ha visto en la necesidad de incluir en los currículos escolares aspectos relacionados con la Estadística y el análisis de los datos presentes en diversos ámbitos de la vida cotidiana y laboral de todo ciudadano culto. Una de las mayores preocupaciones a las que se han enfocado diversas investigaciones en didáctica de la estadística es la incorporación de la elaboración de inferencias estadísticas a partir de los datos en los currículos escolares de niveles básicos. Desde la perspectiva de Ruiz, Batanero y Arteaga (2011) la inferencia estadística representa la actividad principal en el análisis de datos.

Por una parte, debido a su carácter dinámico y a que requiere el uso y manipulación de datos, la inferencia estadística necesita el uso de herramientas tecnológicas. Por otra, se debe poder perfilar el conocimiento de los profesores sobre este tema para que pueda ser enseñada. Es necesario que el profesor manifieste una comprensión profunda de los elementos que subyacen a la inferencia y a la misma estadística, así como en las herramientas tecnológicas que se requerirán para su implementación.

Una de las propuestas que ha venido cobrando una destacada relevancia en la investigación en la enseñanza y en el aprendizaje de la estadística como vía plausible es la inferencia informal. Esta propuesta permitiría incorporar paulatinamente conceptos fundamentales para profundizar en las ideas estadísticas. Algunas

investigaciones ponen en evidencia la necesidad de adecuar o cambiar la forma de enseñar estadística en distintos niveles educativos con énfasis en los niveles básicos de escolaridad. En estos niveles educativos, el mayor peso se enfoca en el trabajo con actividades y problemas que permitan desarrollar un razonamiento inferencial informal más profundo, dando una relevancia menor a los aspectos procedimentales de la estadística. Por otro lado, se deja en evidencia que la inferencia informal permitiría potenciar en los estudiantes la articulación o predicción desde las observaciones, la organización y uso de datos, además del trabajo con la variabilidad y los datos como un todo y no de forma aislada (McPhee y Makar, 2014).

Una metodología pertinente para analizar el trabajo docente de profesores en ejercicio es el estudio de clases (Lewis y Tsuchida, 1998; Lewis, 2000). Esta metodología es un proceso conjunto en el que un grupo de profesores, en particular en un contexto de desarrollo profesional, realizan la planificación de una lección de clase. Es implementada por uno de ellos mientras los otros observan y, posteriormente analizan los resultados obtenidos para mejorar y discutir posibles mejoras de la lección.

Con base en lo anterior, en este trabajo se presenta una metodología para la mejora del aprendizaje de la estadística para profesores en ejercicio en el nivel primario sustentada en la revisión bibliográfica que también podría ser útil para la investigación en esta área.

Cambios curriculares en Estadística y el desarrollo profesional

Uno de los cambios más marcados en el currículo de Matemáticas es la incorporación del tratamiento de la información desde los primeros años de escolaridad. La adhesión a estos cambios se evidencia en dos ámbitos:

- El relacionado directamente con los documentos oficiales que rigen la enseñanza y aprendizaje de Matemática (programas de estudio y bases curriculares) y,
- El relacionado con la formación de profesores y el desarrollo profesional.

Desde los resultados en investigaciones en el ámbito de la Estadística (eje de Datos y probabilidades) se han evidenciado una gran cantidad de dificultades, tanto en la enseñanza como el aprendizaje de estos ejes. Algunos resultados muestran que existe una gran deficiencia en el conocimiento que tienen los profesores en formación y en ejercicio al enseñar Estadística en la educación primaria (Sánchez, Borim y Coutinho, 2011; Batanero, 2000a; Jacobbe, 2008; Jacobbe y Horton, 2010).

Con respecto a la forma de desarrollar conocimiento estadístico en general y sobre distribución en particular Reading y Canada (2011) mencionan:

... que los profesores deben construir sobre lo que saben y por lo tanto crecer como aprendices. Por una parte los profesores tienen la necesidad de aprender sobre el concepto de distribución y, deben aprender sobre la pedagogía que se asocia a cómo los estudiantes pueden conocer dicho contenido, por otra. (p. 228)

La enseñanza de la Estadística necesita, no solo un conocimiento de reglas matemáticas que permitan desarrollar las formulas propuestas para cada tópico y contenido que se va a enseñar, sino que va más allá de colocar números en una expresión. Implica tener un conocimiento integrado con base en el contexto de donde surgen los datos y aplicado a la vida real (Batanero, 2013)

Por su parte Garfield y Ben-Zvi (2008) proponen seis principios aplicables para el desarrollo profesional de profesores de estadística, estos son: (i) desarrollo en las ideas centrales de estadística, (ii) motivación hacia el uso de datos reales, (iii) apoyo en el uso de actividades de clase, (iv) integración apropiada de tecnología, (v) clases basada en el discurso y argumentaciones y (vi) técnicas de evaluación alternativas.

Hacia una propuesta para la enseñanza de la Estadística. La inferencia Informal

La inferencia informal toma como idea principal el razonamiento a partir de los datos que, en el caso más general, es de carácter inductivo. Erickson (2006) menciona que “la inferencia estadística es un tema complejo en su aprendizaje. La inferencia resulta tan difícil, que incluso los mismos investigadores profesionales la usan de forma inadecuada. Se hace compleja, por ser un área de ideas difíciles” (p. 1).

Una de las investigaciones que pone de relieve la necesidad de incorporar estrategias nuevas en la enseñanza de la estadística es la realizada por Hanckock, Kaput y Goldsmith (1992) quienes hicieron

evidente que los cambios encontrados en los estudiantes sobre sus ideas estadísticas necesitaban de la manipulación de los datos como evidencia. Sin embargo, argumentaron que esta etapa del análisis estadístico, a nivel escolar, es la que se deja de lado en gran medida cuando su investigación muestra que es una de las que necesita una mayor atención.

Algunas de las dificultades que se han encontrado llevaron a algunos investigadores a proponer marcos de enseñanza para analizar datos y elaborar conclusiones que posean las características de inferencias formales, pero sin el rigor y mecanismos que la proveen. Estas propuestas han dado luces como vía alternativa para analizar el proceso en la comprensión de los conceptos estadísticos previos a su formalización.

Aun cuando no se tiene una definición formal de lo que se entiende por inferencia estadística informal, todas ellas convergen en una misma idea: la que opta por considerar ideas informales para realizar conclusiones utilizando argumentos que den cuenta de la variabilidad, análisis más allá de datos y consideración de los datos como evidencia.

Ben-Zvi (2006) enlaza la inferencia informal centrándose en los procesos de construcción por medio de la argumentación, para él la inferencia informal está ligada a los tipos de actividades argumentativas. En esta misma línea, Pfannkuch (2006), define el razonamiento inferencial informal como aquella destreza en que el estudiante puede entrelazar ideas sobre distribución, muestreo y centro. Por su parte Zieffler, Garfield, Delmas y Reading (2008) la

definen como la forma en que los estudiantes usan su conocimiento estadístico informal para hacer argumentaciones y sustentar sus inferencias sobre poblaciones desconocidas con base en las muestras de observadas.

Tradicionalmente la iniciación en inferencia estadística formal se ha reservado para la enseñanza secundaria o universitaria. En los niveles básicos no se desarrollan este tipo de ideas. La enseñanza se centra en conceptos estadísticos básicos o estadísticas descriptivas, limitadas a un fundamento matemático y sin vinculación entre ellas (Paparistodemou y Meletiou-Mavrotheris, 2008).

Tabla 1. Conceptualizaciones relativas a Inferencia Informal.

Ben-Zvi (2006)	Pfannkuch (2006)	Rossmann (2008)	Zieffler et al. (2008)	Makar y Rubin (2009)
Son tipos de argumentaciones que los estudiantes realizan al tratar de elaborar conclusiones tomadas de los datos de una muestra hacia una población.	Permite elaborar conclusiones a partir de los datos al observar, comparar y razonar a partir de las distribuciones de los datos.	Es un elemento fundamental de la inferencia que permite ir más allá de los datos al basarse en un modelo probabilístico.	Es la manera en que los estudiantes usan su conocimiento informal para hacer argumentos que soporten sus inferencias acerca de poblaciones desconocidas observando muestras.	Considera la inferencia informal como proceso para aprender estadística. Incluye la generalización y/o predicción, el uso de datos y un lenguaje probabilístico.

La propuesta de Inferencia Informal

Para Makar y Rubin (2009), el potencial del razonamiento inferencial informal esta en profundizar la comprensión que tienen los estudiantes sobre algún objetivo planteado y la utilidad que tienen los datos de forma más general con la aplicabilidad directa al elaborar significados en relación al contexto. Estos autores utilizan la palabra informal no para definirla, sino como una aplicación del razonamiento inferencial que este fuera de los procedimientos formales, es decir, como un proceso razonado de crear y/o probar generalizaciones a partir del análisis de datos que no necesariamente esta basado en procedimientos estadísticos formales (Ziefflet et al. 2008)

Para ellos, la inferencia informal es un proceso para hacer inferencias basadas en datos. Se distinguen tres componentes claves (Figura 1):

- Generalizar o predecir al observar más allá de los datos,
- Uso de los datos como evidencia y,
- Empleo de un lenguaje probabilístico al describir generalizaciones, incluyendo ideas informales con cierto grado de certeza a partir de las conclusiones propuestas.

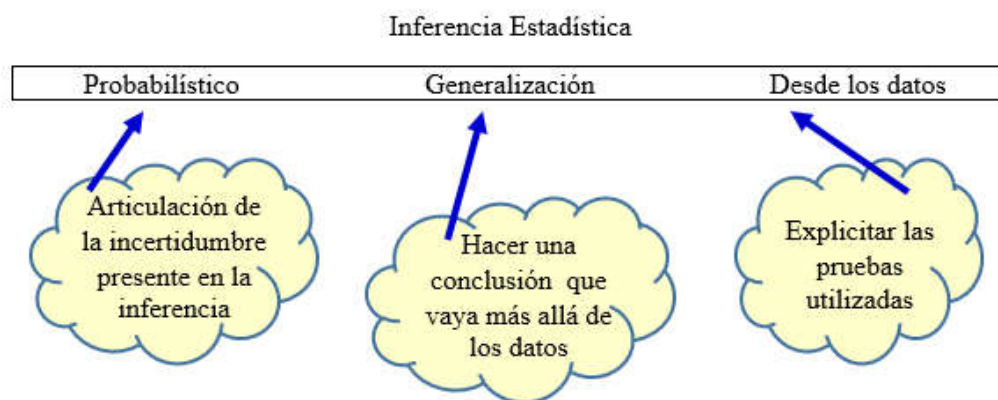


Figura 1. Un marco para el pensamiento acerca de la inferencia estadística (Makar y Rubin, 2009, p. 85)

La propuesta realizada por Makar y Rubin (2009) surge a raíz de la visualización inicial sobre algunos elementos críticos limitantes al hacer inferencias:

- la noción de incertidumbre y variabilidad articulada a través del lenguaje,
- la dependencia en el concepto de agregado a través del uso de generalizaciones acerca del grupo (se analizan los datos como un todo),
- el reconocimiento de un mecanismo o tendencia que se extienda más allá de los datos y,
- la evidencia para razonar, que debe estar basada en el uso de los datos.

Este marco conceptual integra tres aspectos para poder evaluar el razonamiento de inferencia informal en estudiantes:

- La generalización, incluyendo predicciones, estimación de parámetros y conclusiones que se extiendan más allá de la descripción de los datos. Estas generalizaciones se desarrollan identificar patrones en los datos.
- La evidencia en los datos, que sostienen esa generalización, predicción o conclusión, es decir dar argumentos implícitos o explícitos que justifique su decisión de la inferencia estadística y que sea aceptable dentro del contexto real.
- Uso de un lenguaje probabilístico o que involucren incertidumbre al relacionar o escribir una generalización, predicción o conclusión. Se refiere a la utilización de verbos que indiquen

incertidumbre e incluye la fuerza de la evidencia, clasificándola por ejemplo como una probabilidad.

El primero de estos aspectos, “la generalización” es particular del proceso al realizar inferencias, mientras tanto los dos aspectos restantes se hacen específicos para la estadística.

El estudio de clases

Lewis y Tsuchida (1998) proponen una metodología del quehacer docente que permite la capacitación de los profesores en su ejercicio por medio del estudio y análisis de clases (*Lesson Study*).

El estudio de clases (LSG de sus iniciales en inglés) es un proceso conjunto en el que profesores, en particular en un contexto de desarrollo profesional, desarrollan planificaciones, uno de ellos la implementa mientras otros observan y, posteriormente las analizan para mejorar y discutir posibles mejoras de la clase (Lewis, 2000).

El Estudio de Clases tiene tres fases a considerar, que permiten desarrollar y evaluar la práctica docente (Figura 2).

- a) Preparación,
- b) La clase a investigar, y
- c) Sesiones de revisión

Isoda, Arcavi y Mena (2007) describe las tres fases en que se realiza dicha metodología:

1. Planeación: en esta etapa el proceso consiste en transformar (transponer) el (los) temas proyectados por el currículo en uno

que pueda ser implementado efectivamente en aula de acuerdo a las características del contexto.

2. Implementación: Un docente implementa la lección diseñada con un grupo de alumnos mientras los otros docentes lo observan.
3. Revisión: Los docentes se reúnen nuevamente, discuten lo ocurrido en la implementación con el objetivo de mejorar la lección y proponer nuevas recomendaciones para su reestructuración y nueva implementación.

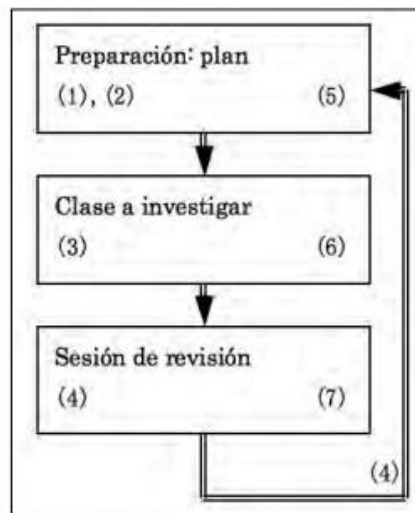


Figura 2. Modelo de estudio de clases Japonés de Matemática (Isoda, Arcavi y Mena, 2007, p. 27)

En palabras de Isoda, Arcavi y Mena (2007) “lo significativo del Estudio de Clases es que todos estos procesos se realizan en colaboración con otros profesores” (p. 28).

Garfield y Ben-Zvi (2008) han implementado esta metodología de trabajo para que investigadores preparen a profesores en el ámbito de la estadística. Ellos reconocen que este tipo de sistematización ofrece

una opción para relacionar los programas de desarrollo profesional con lo que ocurre en el aula de clases.

Del mismo modo, podría describirse como:

formas de investigación que se desarrollan en el tiempo por un grupo de estudio y contienen descripciones de los objetivos de aprendizaje, la justificación del diseño de las clases, las descripciones de las actividades, las respuestas esperadas de los estudiantes, y como sugerencia, las respuestas de los maestros a las interrogantes de los profesores. (Garfield y Ben-Zvi, 2008, p.336).

Comentarios finales

De acuerdo a lo encontrado en esta revisión bibliográfica, se observa que es posible incorporar componentes que permitan dar cuenta de la naturaleza de los datos por medio de la incorporación de un trabajo sistemático de análisis de la propia práctica docente a través del estudio de clases.

Esto permitiría a los profesores comprender que los datos no son estáticos y que la enseñanza de la estadística debe ser trabajada de forma diferente, al considerar para su tratamiento datos reales y contextualizados. Es importante indicar que los profesores deben partir de la base de considerar que los datos no están sujetos a fenómenos deterministas, sino que están sujetos a la variabilidad, tamaño de la muestra y formas de representación, por lo que estos elementos deben ser integradas de forma conjunta y no trabajarse aisladamente

como suelen enseñarse. De esta manera la inferencia informal, emerge como un marco que permitiría dar respuesta a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística, apoyada por el estudio de clases como metodología para que profesores trabajen de forma conjunta, reflexiva y con miras en la mejora de clases.

Esta investigación pone sobre la mesa una propuesta alternativa de enseñanza de la estadística que, por una parte, no desconoce la naturaleza de la misma disciplina y por otra, busca la integración de los conceptos estadísticos en diferentes niveles escolares. En particular, puede ser introducida desde los niveles básicos.

El aporte de adquirir un tipo de razonamiento sobre la base de la inferencia informal es justamente mostrarse como herramienta potencial para el desarrollo profesional docente en profesores de educación primaria, profundizando su conocimiento sobre la disciplina por medio del estudio de clases en cualquiera de las etapas que implica el desarrollo de una clase. Además, la potencialidad del análisis de clases como herramienta para mejorar la práctica, indica que puede ser considerada en el desarrollo e implementación de actividades en temas específicos de estadística dentro del currículo matemático y, estadístico en particular.

Investigaciones que indaguen en cursos de actualización docente de esta naturaleza se hacen cada vez más relevantes para conocer la potencialidad de su aplicación. Estos estudios forzosamente tendrían que plantear una actualización con tareas de resolución de problemas relacionadas con el razonamiento inferencial informal a la vez que se reflexiona, concientiza e interioriza una metodología de enseñanza en

un doble juego del papel del profesor como dicente y docente. La inferencia informal será la línea directriz de la actividad. La propuesta teórica promete una mejora en el desarrollo profesional docente, aun cuando son los resultados en investigación educativa los que tendrán la última palabra.

Referencias Bibliográficas

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de tendencia central. *UNO*, 25, 41-58.

Batanero, C. (2014). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. En J.M. Contreras, G.R. Cañadas, M.M. Gea, & P. Arteaga. (Eds.), *Didáctica de las Estadística, Probabilidad y Combinatoria, Actas de las I Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (149-156). Granada, España: Grupo de Investigación en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) y el Grupo de Educación Estadística de la Universidad de Granada.

Ben-Zvi, D. (2006). Scaffolding students' informal inference and argumentation. En A. Rossman, & B. Chance (Eds.), *Working cooperatively in statistics education: Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, Salvador, Brazil. [CDROOM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Erickson, T. (2006). Using simulation to learn about inference. En A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working Cooperatively in Statistics*

Education. Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics, Salvador, Brazil. [CDROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Recuperado de http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/7G2_ERIC.pdf

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching*. New York: Springer.

Hancock, C., Kaput, J., & Goldsmith, L. (1992). Authentic inquiry with data: Critical barriers to classroom implementation. *Educational Psychologist*, 27, 337–364.

Isoda, M., Arcavi, A., & Mena, A. (2007). *El Estudio de Clases Japonés*. Valparaíso, Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Jacobbe, T. (2008). Elementary school teachers' understanding of the mean and median. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Roundtable Conference*. Recuperado de http://iase-web.org/documents/papers/rt2008/T2P13_Jacobbe.pdf

Jacobbe, T., & Horton, R. (2010). Elementary school teachers' comprehension of data displays. *Statistics Education Research Journal*, 9(1), 27-45.

- Lewis, C. (2000). Lesson study: The core of Japanese professional development. Trabajo presentado en la Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA. Recuperado de <http://www.lessonresearch.net/aera2000.pdf>
- Lewis, C., & Tsuchida, I. (1998). A lesson is like a swiftly flowing river. *American Educator*, 1(1), 1–8.
- Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82-105. Recuperado de [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ8\(1\)_Makar_Rubin.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ8(1)_Makar_Rubin.pdf)
- McPhee, D., & Makar, K. (2014). Exposing young children to activities that develop emergent inferential practices in statistics. En K. Makar, B. Sousa, & R. Gould (Eds.), *Proceedings of the 9th International Conference on Teaching Statistics: Sustainability in statistics education*. Voorburg: IASE and ISI.
- Paparistodemou, E., & Meletiou-Mavrotheris, M. (2008). Developing young students' informal inference skills in data analysis. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 83–106. Recuperado de <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>
- Pfannkuch, M. (2006). Informal inferential reasoning. En A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working Cooperatively in Statistics Education. Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, Salvador, Brazil. [CDROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Recuperado de

http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/6A2_PFAN.pdf

- Reading, C., & Canada, D. (2011). Teachers' knowledge of distribution. En C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education* (pp. 223–234). Dordrecht: Springer. http://dx.doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_23
- Ruiz, B., Batanero, C., & Arteaga, P. (2011). Vinculación de la variable aleatoria y estadística en la realización de inferencias informales por parte de futuros profesores. *Bolema*, 24 (39), 413-429.
- Sánchez, E., Borim, S., & Coutinho, C. (2011). Teachers' understanding of variation. En C. Batanero, G. Burril, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE Study* (pp. 211-221). Nueva York: Springer.
- Zieffler, A., Garfield, J., Delmas, R., & Reading, C. (2008). A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 40-58.